

演習問題 4

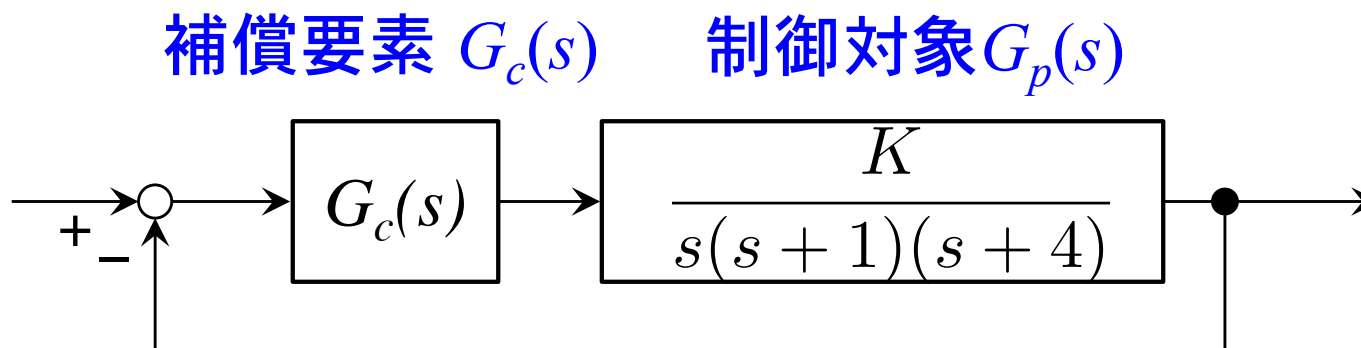
開ループ伝達関数が

$$G_p(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+4)}$$

で与えられるとき、

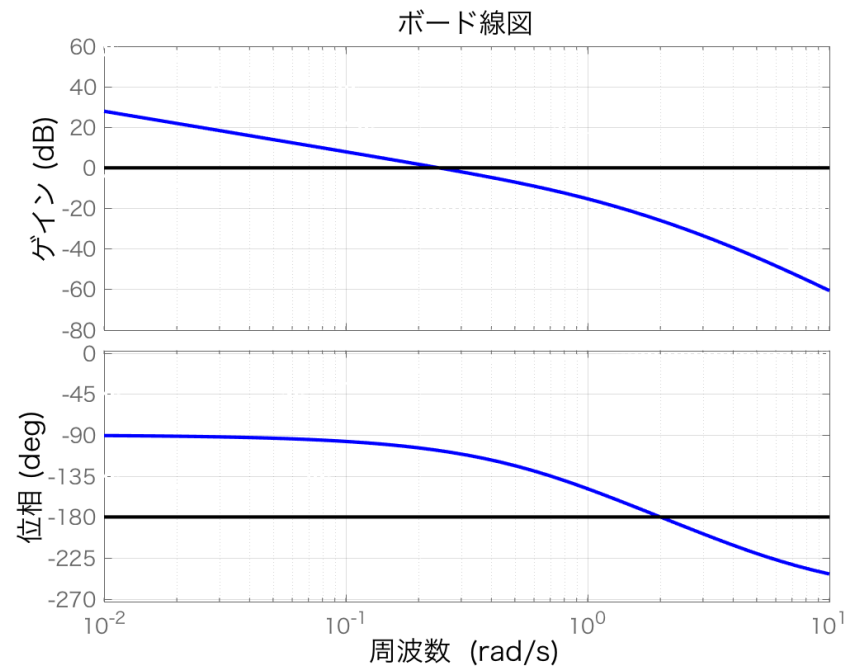
- ① 単位ランプ入力に対する定常偏差（定常速度偏差）を0.1以内にする
- ② 位相余裕PM=35° 以上にする

位相遅れ補償器を設計する



演習問題 4

- $K = 1$ のときのボード線図



演習問題 4

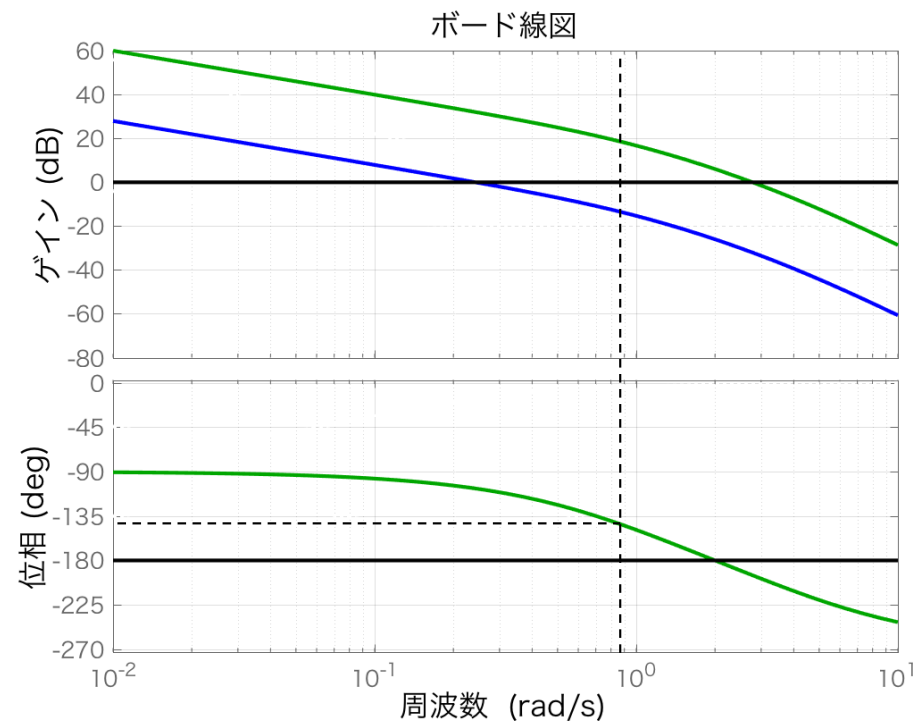
- 開ループ伝達関数の積分の次数は1
- 1形の制御系の定常速度偏差は

$$\begin{aligned}\epsilon_v &= \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + G(s)} \cdot \frac{1}{s^2} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + \frac{K}{s(s+1)(s+4)}} \cdot \frac{1}{s^2} \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{(s+1)(s+4)}{s(s+1)(s+4) + K} = \frac{4}{K} \quad (\mathbf{r}) \\ \epsilon_v &= \frac{4}{K} = 0.1 \text{ より } K = 40 \quad (\mathbf{i})\end{aligned}$$

- $K=40$ と定めたときのボード線図を描く

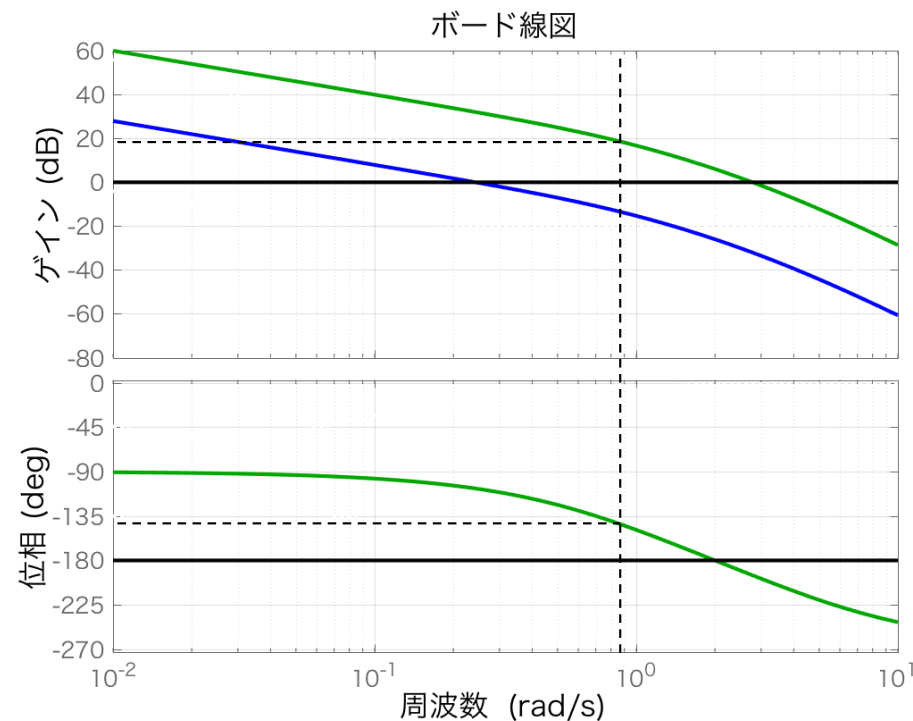
演習問題 4

- $K=40$ のときのボード線図は以下のよう
- 仕様②を満たすために,ゲイン交差周波数 ω_c を、Fig.2のボード線図において位相が約 -145° 程度ある 0.8 (e) [rad/sec]に設定する.



演習問題 4

- このときのゲインがボード線図から約 **20 (h)** [dB] と読み取れるので，位相遅れ補償器により高周波領域でのゲインを **20** [dB] 下げ，ゲインを **0** [dB] にする。



演習問題 4

- 位相遅れ補償器の周波数伝達関数 $G(j\omega)$ から高周波領域でのゲインは α (1) であるので, $20\log \alpha = -20$ と定める.

高周波領域でのゲインは周波数伝達関数 $G(j\omega)$ を使い, $\lim_{\omega \rightarrow \infty} G(j\omega)$ を求めれば良い

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} G(j\omega) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{\alpha T j\omega + 1}{T j\omega + 1} = \lim_{\frac{1}{\omega} \rightarrow 0} \frac{\alpha jT + \frac{1}{\omega}}{jT + \frac{1}{\omega}} = \alpha$$

演習問題 4

- 位相遅れ補償器の伝達関数 $G(s)$ における位相進み要素の折れ点周波数は、 $\frac{1}{\alpha T}$ (0)である。ゲイン交差周波数に影響を与えないように、ゲイン交差周波数の $\frac{1}{10}$ 程度に設定するとして、
$$\frac{1}{\alpha T} = 0.1 \times 0.8$$
とする。

演習問題 4

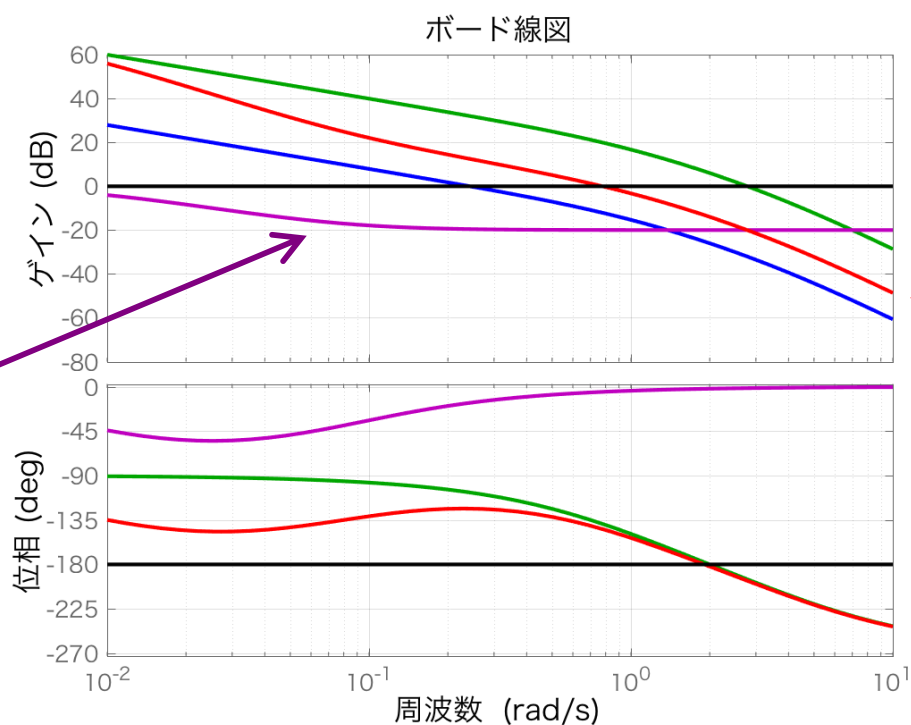
- 位相進み要素は一般的には $1+sT$ で表される要素であり，折れ点周波数は で表される．ここでは， $G(s)$ の分子であるので折れ点周波数は $\frac{1}{\alpha T}$ になる．つまり， $\frac{1}{\alpha T} = 0.08$ なので， $\alpha T = 12.5, T = 125$ となる．
- 以上より， $G(s)$ の α, T を求めることができ，位相遅れ補償器は

$$G(s) = \frac{12.5s + 1}{125s + 1}$$

演習問題 4

- このときの位相補償器のボード線図は Fig.3 であり，位相遅れ補償を加えた開ループ伝達関数のボード線図は Fig.4 となる。

補償器の
ボード線図



補償後の
ボード線図

おまけ：昨年度の期末試験問題

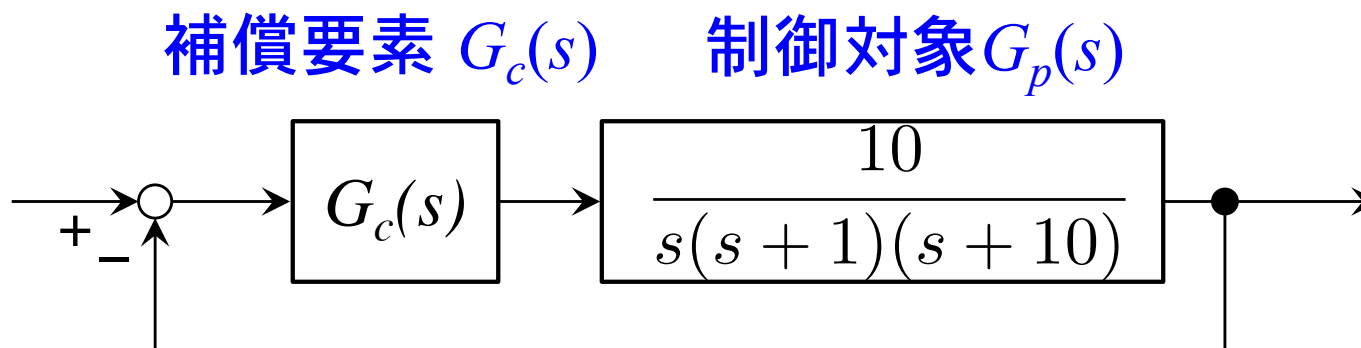
開ループ伝達関数が

$$G_p(s) = \frac{10}{s(s+1)(s+10)}$$

で与えられるとき、

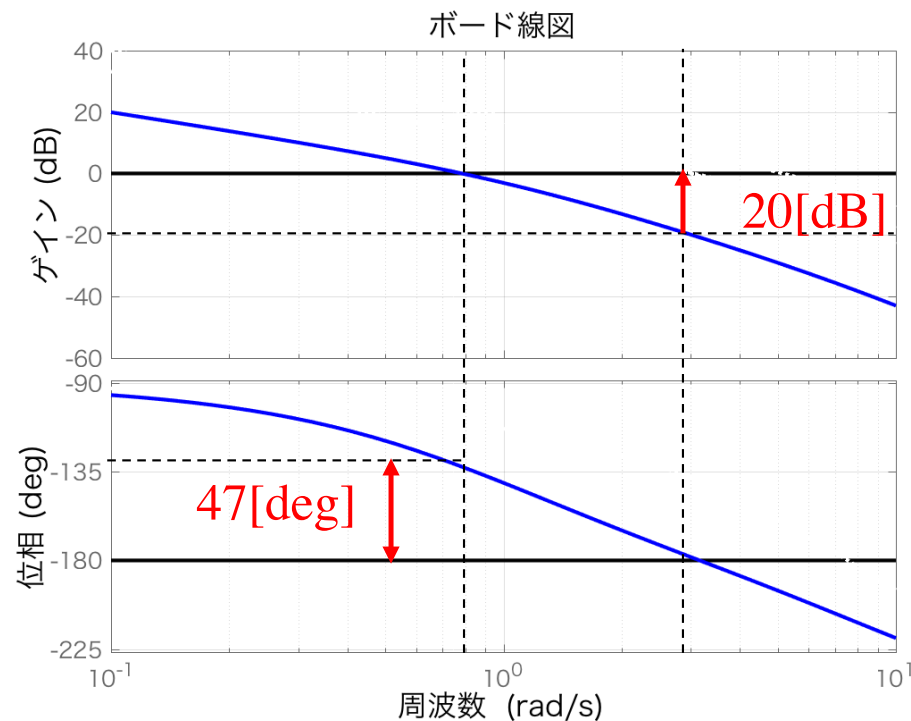
- ① ゲイン交差周波数を $\omega_c=3$ にする
- ② 位相余裕PMを約 40° にする

という仕様をゲイン補償と位相進み補償によって満たす手順を説明せよ



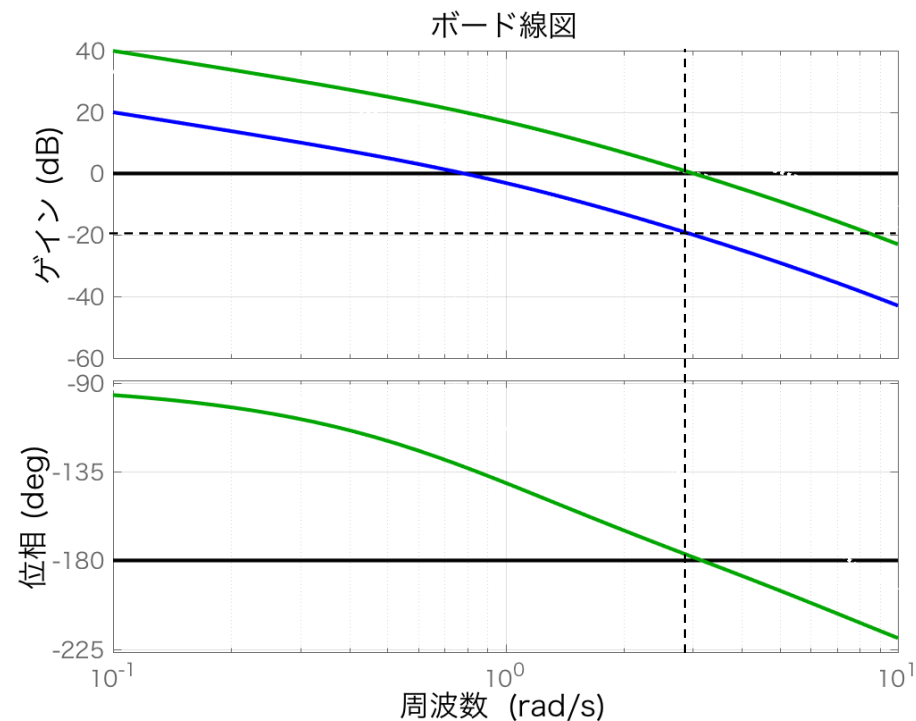
おまけ：昨年度の期末試験問題

- $K = 1$ のときのボード線図である。このときのゲイン交差周波数は 0.8 [rad/sec], 位相余裕 $PM = 47$ [deg] と読み取れる。仕様①より $\omega_c = 3$ となるようにゲイン K を定めると, $K = 10$ となる。



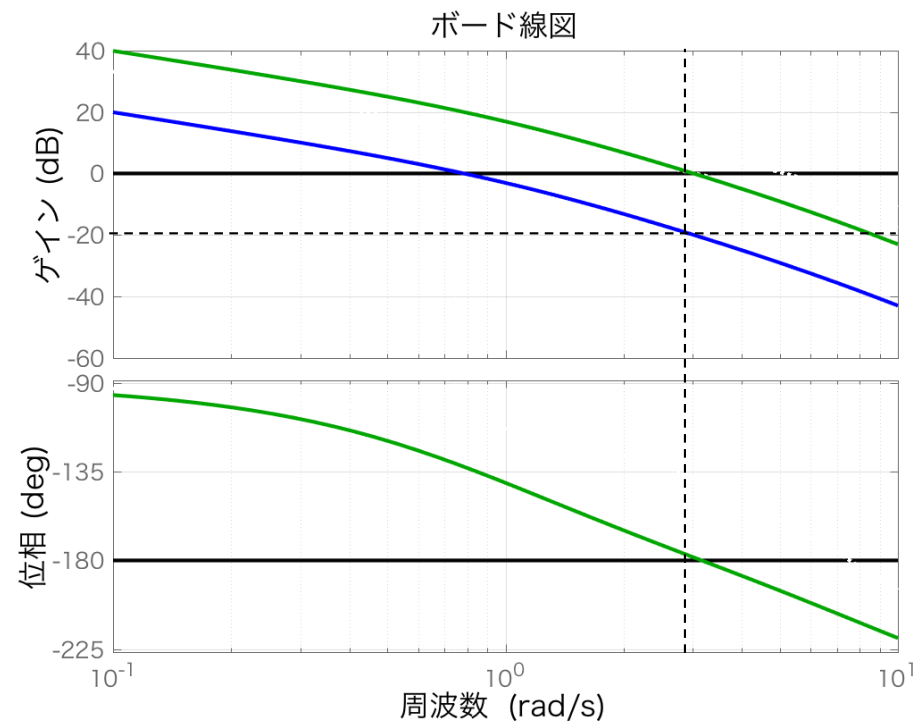
おまけ：昨年度の期末試験問題

- このときのボード線図がFig.2となり、ゲイン交差周波数が3[rad/sec]になっていることが確認できる。



おまけ：昨年度の期末試験問題

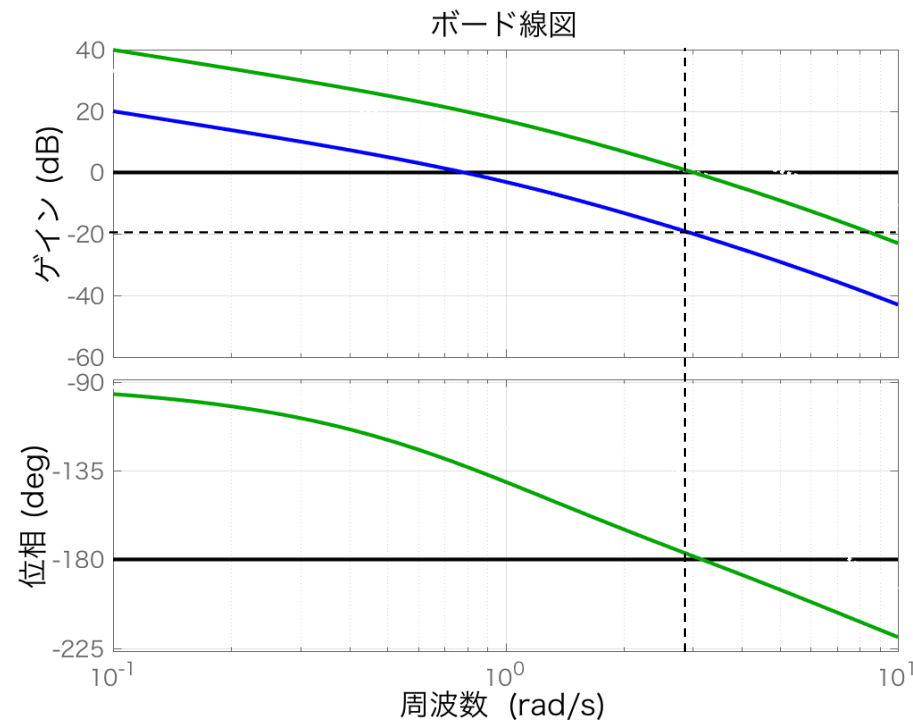
- 位相余裕PMを読み取ると $PM=0$ [deg]となっている。したがって、仕様②を満たすためには、 $40-0$ [deg]が必要な位相進み量になる



おまけ：昨年度の期末試験問題

- すると、 ϕ_m と α の関係式より、 $\alpha = 4.6$ と求められる。さらに $T = \frac{1}{\sqrt{\alpha\omega_c}}$ より $T = 0.16$ となる。

$$\phi_m = \sin^{-1} \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}$$

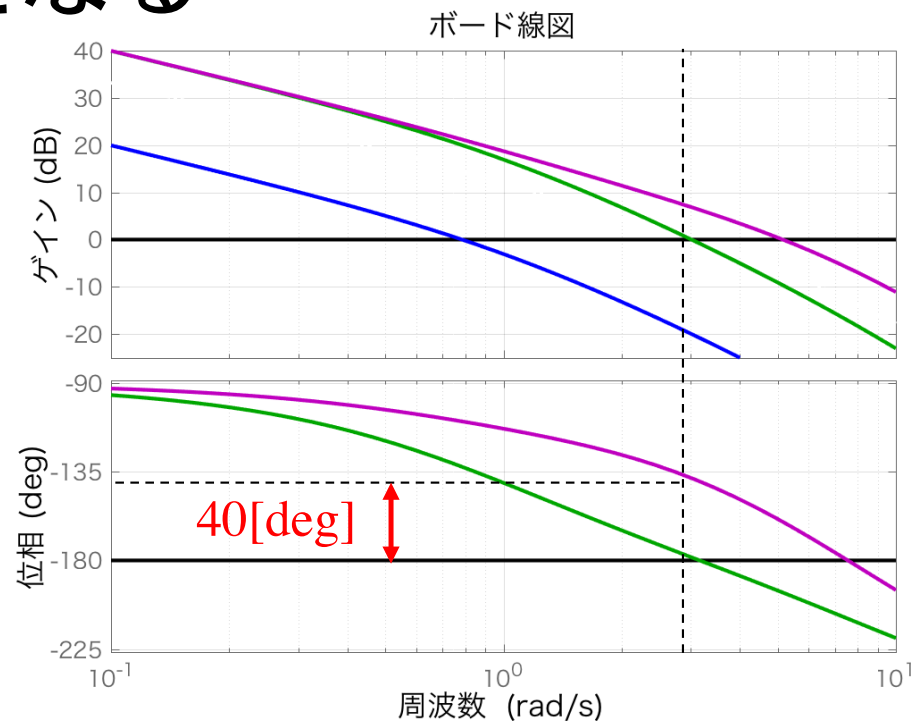


おまけ：昨年度の期末試験問題

- したがって、位相進み要素は

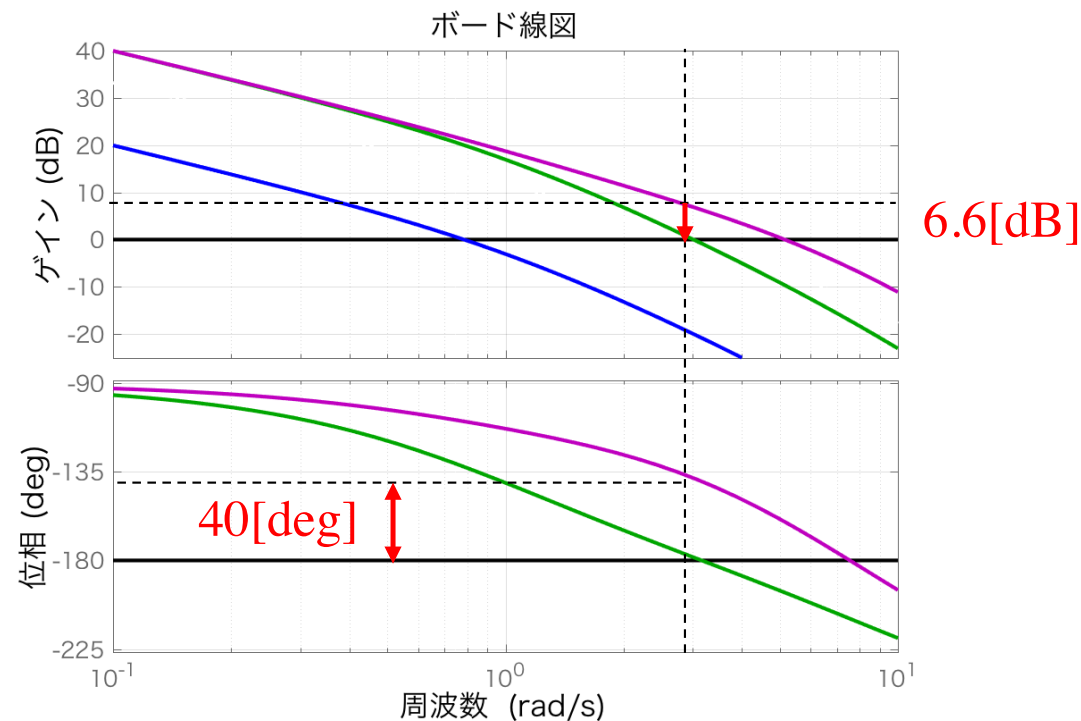
$$G_c(s) = \frac{0.74s + 1}{0.16s + 1}$$

- この位相進み要素を入れたボード線図がFig.3となる



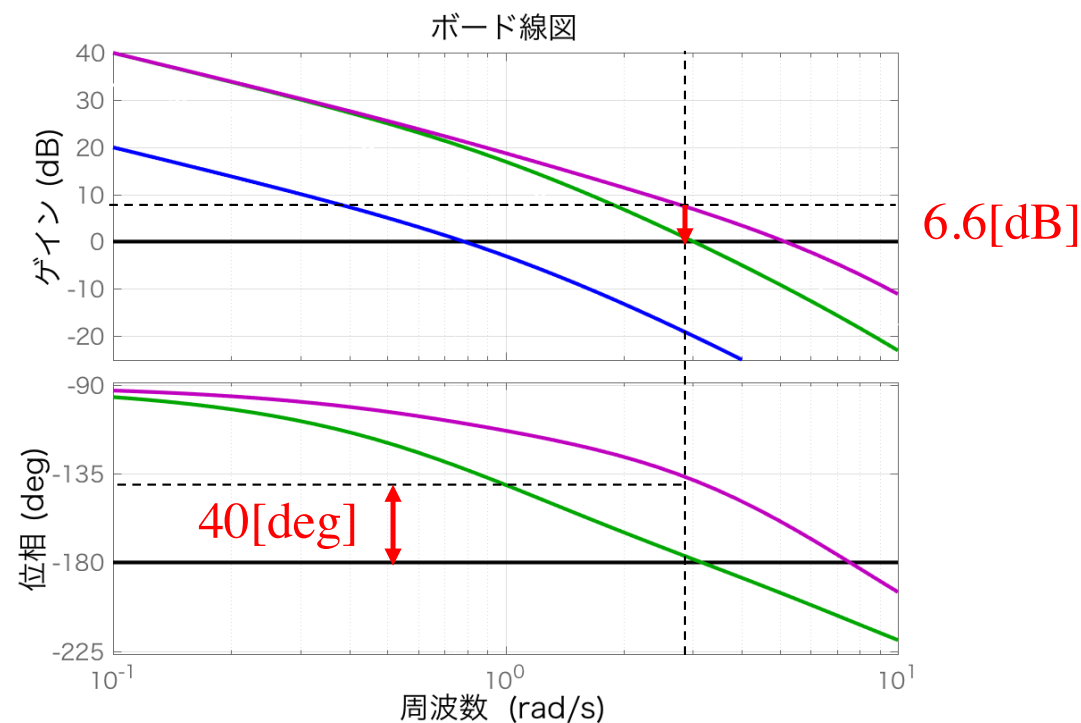
おまけ：昨年度の期末試験問題

- このとき $\omega_c=3$ におけるゲインは $10\log_{10} \alpha$ [dB] 上がる. このゲインの変化量は Fig.3 のボード線図からも読み取ることができて, 約 **6.6** [dB] である. ゲイン交差周波数を $\omega_c=3$ にするためには, ゲインをその分だけ下げなければならない.



おまけ：昨年度の期末試験問題

- 6.6[dB]下げるためにはゲインを0.46倍しなければならない。最初にゲインを10としているので、最終的なゲインは $K=10 \times 0.46=4.6$ とする。



おまけ：昨年度の期末試験問題

- すなわち，このゲイン調整と位相進み要素による制御器は

$$G_c(s) = \frac{4.6(0.74s + 1)}{0.16s + 1}$$

- となり，この補償器を入れたボード線図は Fig.4になる。

