2016.2.3

制御工学 演習問題
(おまけ)

系	学籍番号	氏名

以下の文は，制御対象の伝達関数が

$$G_p(s) = \frac{10}{s(s+1)(s+10)}$$

で与えられるとき，

①. ゲイン交差周波数を $\omega_c = 3$ にする．

②. 位相余裕 PM を約 40[deg] にする．

という仕様を，ゲイン補償と位相進み補償によって満たす手順を説明した文章である．ボード線図 (Fig.1 〜4) を参考にして空欄を満たす語句，数値を下の選択肢から選べ．ただし，ゲイン補償の伝達関数は定数 K であり，位相進み補償器の伝達関数は

$$G_c(s) = \frac{\alpha T s + 1}{T s + 1}, \qquad a > 1$$

である．解答は選択肢の記号のみで良い．

- 位相進み補償器の効果は以下の通りである．
  位相進み補償器の伝達関数 $G(j\omega)$ の分子である 1 次進み要素 $\alpha T s + 1$ の折れ点周波数 $\boxed{(1)}$ と，分母である 1 次遅れ要素 $\frac{1}{Ts+1}$ の折れ点周波数 $\boxed{(2)}$ の中間にある，位相進み要素の位相が最大になる角周波数 $\omega_m = \boxed{(3)}$ 付近の位相を進ませることでゲイン交差周波数をこの ω_m 付近に設定できる．このときの位相の進み量は $\phi_m = \sin^{-1}\frac{\alpha-1}{\alpha+1}$ である．これによって，位相余裕を改善することができ，速応性が向上する．

- 制御対象 $G_p(s)$ のボード線図は Fig.1 である．このときのゲイン交差周波数は $\boxed{(4)}$ [rad/sec]，位相余裕 PM= $\boxed{(5)}$ [deg] と読み取れる．

- 仕様①より $\omega_c = 3$ となるようにゲイン K を定めると，$K = \boxed{(6)}$ となる．このときのボード線図が Fig.2 となり，ゲイン交差周波数が 3[rad/sec] になっていることが確認できる．

- Fig.2 から位相余裕 PM を読み取ると PM $= \boxed{(7)}$ [deg] となっている．したがって，仕様②を満たすためには，40[deg]$-\boxed{(7)}$ が必要な位相進み量になる．すると，ϕ_m と α の関係式より，$\alpha = 4.6$ と求められる．さらに $T = \frac{1}{\sqrt{\alpha}\omega_c}$ より $T = 0.16$ となる．したがって，位相進み要素は

  $$G_c(s) = \frac{0.74s + 1}{0.16s + 1}$$

  となる．この位相進み要素を用いた場合のボード線図が Fig.3 である．

- このとき $\omega_c = 3$ におけるゲインは $10\log_{10}\alpha$[dB] 上がる．このゲインの変化量は Fig.3 のボード線図からも読み取ることができて，約 $\boxed{(8)}$ [dB] である．ゲイン交差周波数を $\omega_c = 3$ にするためには，ゲインをその分だけ下げなければならない．$\boxed{(8)}$ [dB] 下げるためにはゲインを 0.46 倍しなければならない．最初にゲインを 10 としているので，最終的なゲインは $K = 10 \times 0.46 = 4.6$ とする．

- すなわち，このゲイン調整と位相進み要素による制御器は

$$G_c(s) = \frac{4.6(0.74s+1)}{0.16s+1}$$

となり，この補償器を入れたボード線図は Fig.4 になる．

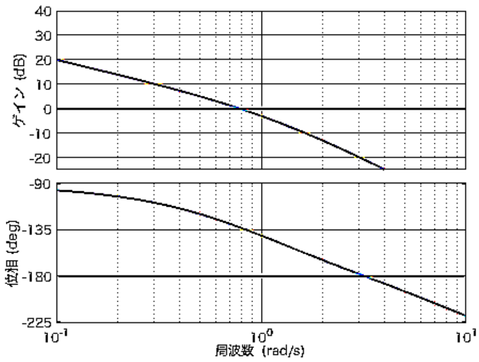

Fig.1

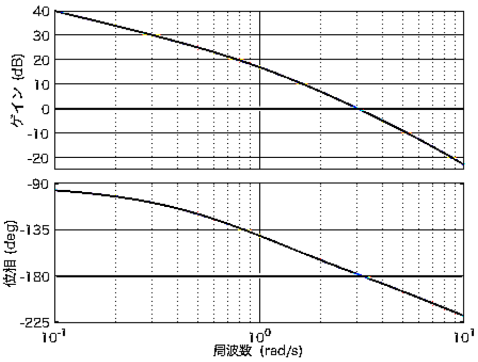

Fig.2

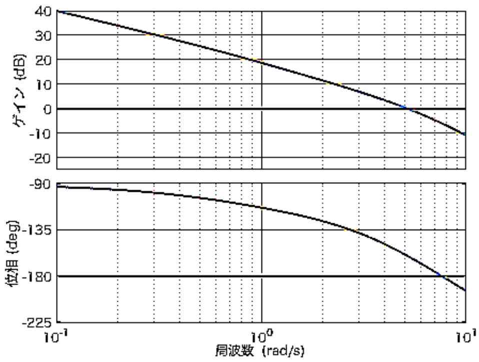

Fig.3

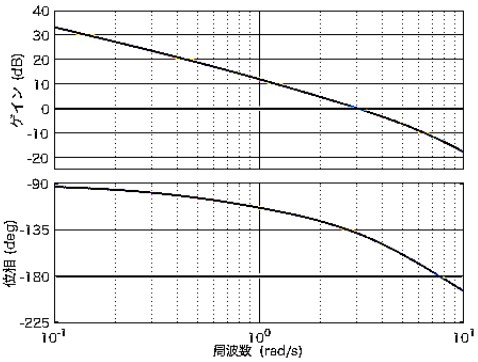

Fig.4

【語句の選択肢】

(a)	-20	(b)	-10	(c)	-6.6	(d)	0	(e)	0.08	(f)	0.8
(g)	1	(h)	6.6	(i)	10	(j)	16.6	(k)	20	(l)	27
(m)	47	(n)	67	(o)	α	(p)	T	(q)	αT	(r)	$\sqrt{\alpha}T$
(s)	$\frac{\sqrt{\alpha}}{T}$	(t)	$\frac{1}{\alpha}$	(u)	$\frac{1}{\alpha T}$	(v)	$\frac{1}{\sqrt{\alpha}T}$	(w)	$\frac{1}{T}$	(x)	$\frac{1}{\sqrt{\alpha T}}$